
**Ispit iz fizike elementarnih čestica
28. travnja 2009.**

1. (7 bodova)

Odredite maksimalni impuls elektrona u raspadima:

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \quad , \quad n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e .$$

Koja je sila odgovorna za ove raspade? Nacrtajte Feynmanove dijagrame za ove raspade. Objasnite veliku razliku u vremenu života neutrona i miona. ($\tau_n = 885.7s$, $\tau_\mu = 2.2 \times 10^{-6}s$)

2. (11 bodova)

Dva koordinatna sustava x i x' su povezana preko Lorentzove transformacije $x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$. Rješenja Diracove jednadžbe, Diracovi spinori, transformiraju se na način:

$$\psi'(x') = S(\Lambda)\psi(x)$$

Koristeći kovarijantnost Diracove jednadžbe izvedite relaciju:

$$S^{-1}(\Lambda)\gamma^\mu S(\Lambda) = \Lambda^\mu_\nu \gamma^\nu .$$

Pokažite da za transformaciju pariteta $S_P = \gamma^0$ zadovoljava izvedenu relaciju. Koristeći relacije $S^{-1} = \gamma^0 S^\dagger \gamma^0$ i $\gamma_5 S = S \gamma_5$ pokažite kako se transformiraju veličine:

$$\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi \quad \bar{\Psi}\gamma_5\Psi \quad , \quad \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi \quad \bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma_5\Psi \quad , \quad \bar{\Psi}\gamma^\mu\gamma_5\Psi \quad \bar{\Psi}\gamma^\nu\gamma_5\Psi .$$

3. (16 bodova)

Razmotrite proces $e^+(p_1, s_1)e^+(p_2, s_2) \rightarrow e^+(p_3, s_3)e^+(p_4, s_4)$.

(a) Nacrtajte Feynmanove dijagrame za ovaj proces u vodećem redu računa smetnje za QED. Korištenjem Feynmanovih pravila za QED napišite amplitudu za ovaj proces u vodećem redu.

(b) Izračunajte usrednjeni, nepolarizirani kvadrat invarijantne amplitude, $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ za $\sqrt{s} \simeq 10 \text{ GeV}$. Izrazite rezultat pomoću Mandelstamovih varijabli $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - p_3)^2$ i $u = (p_1 - p_4)^2$.

(c) Izrazite diferencijalni udarni presjek $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ pomoću kuta raspršenja $\theta = \angle(p_1, p_3)$.

4. (11 bodova)

- (a) Za opis raspršenja elektrona na protonu $e^-(k) + p(p) \rightarrow e^-(k') + X$, koriste se varijable: $q^2 = (k - k')^2$ i $p \cdot q$.
- Dokažite da q^2 i $p \cdot q$ nisu nezavisne varijable za elastično $ep \rightarrow ep$ raspršenje.
 - Izrazite invarijantnu masu (W^2) hadronskog sustava X u ovisnosti o q^2 i $p \cdot q$.
- (b) Iz funkcija strukture $F_2^{ep}(x, Q^2)$ i $F_2^{en}(x, Q^2)$ za elektron-proton i elektron-neutron raspršenje se mogu dobiti informacije o raspodjeli kvarkova $q(x, Q^2)$. Ovdje se zanemaruje Q^2 ovisnost (Bjorkenovo skaliranje). U partonskom modelu vrijedi

$$F_2(x) = \sum_i^{\text{partoni}} x e_i^2 q_i(x),$$

gdje je e_i naboj i -tog partona. Iz eksperimentalnih rezultata

$$\int_0^1 F_2^{ep}(x) dx = 0.18 \quad \text{ i } \quad \int_0^1 F_2^{en}(x) dx = 0.12$$

izračunajte udio impulsa koje nose u i d kvarkovi u protonu. Možete zanemariti kvarkove mora. Objasnite dobivene rezultate.

5. (15 bodova)

- (a) Nacrtajte dijagrame za raspade i objasnite kvalitativno zašto je jedan potisnut u odnosu na drugog. $\Gamma(D_s^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau) = 8.42 \times 10^{-5}$ eV, $\Gamma(D^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu) = 2.78 \times 10^{-7}$ eV.
- (b) Raspadi $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ i $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ su dopušteni zakonima očuvanja energije i impulsa. Koji od njih je ipak zabranjen i zbog čega?
- (c) Nacrtajte dijagrame za raspade τ^- leptona u vodećem redu. Procijenite $BR(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)$.

6. (20 bodova)

Nacrtajte sve dijagrame koji doprinose procesima (a), (b) i (c) u vodećem redu računa smetnje.

- $\bar{\nu}_\mu + \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^+$,
- $\nu_\tau + l^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu + l^-$,

(c) $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \mu^-$.

- i. Za koje je parove leptona l^- i antileptona l^+ proces (b) dozvoljen?
- ii. Za proces (c) pretpostavite energiju ulaznih neutrina $E_{\nu_e} = 10$ TeV. Napišite invarijantnu amplitudu. Izračunajte usrednjeni, nepolarizirani, kvadrat invarijantne amplitude, $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ i izrazite preko Mandelstamovih varijabli. Objasnite amplitudu u granici $s \rightarrow \infty$. Objasnite dobivenu kutnu raspodjelu pomoću kiralnih stanja.

Čestica	Kvarkovski sadržaj	J^P	Masa/MeV
n	udd	$1/2^+$	939.57
p	uud	$1/2^+$	938.27
π^+	$u\bar{d}$	0^-	139.6
π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})$	0^-	135.0
π^-	$d\bar{u}$	0^-	139.6
ρ^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})$	1^-	493.7
D_S^+	$c\bar{s}$	0^-	1969
D^+	$c\bar{d}$	0^-	1869
W, Z			80.4 GeV, 91 GeV
ν_e, ν_μ, ν_τ			$\simeq 0$
e, μ, τ			0.5, 106, 1777
u, d, s			$\sim 2 - 3, \sim 4 - 8, \sim 100$
c, b, t			1.5 GeV, 4.2 GeV, 171 GeV

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.9738 & 0.2272 & 0.0039 \\ 0.2271 & 0.9730 & 0.0422 \\ 0.0081 & 0.0416 & 0.9991 \end{pmatrix}$$